

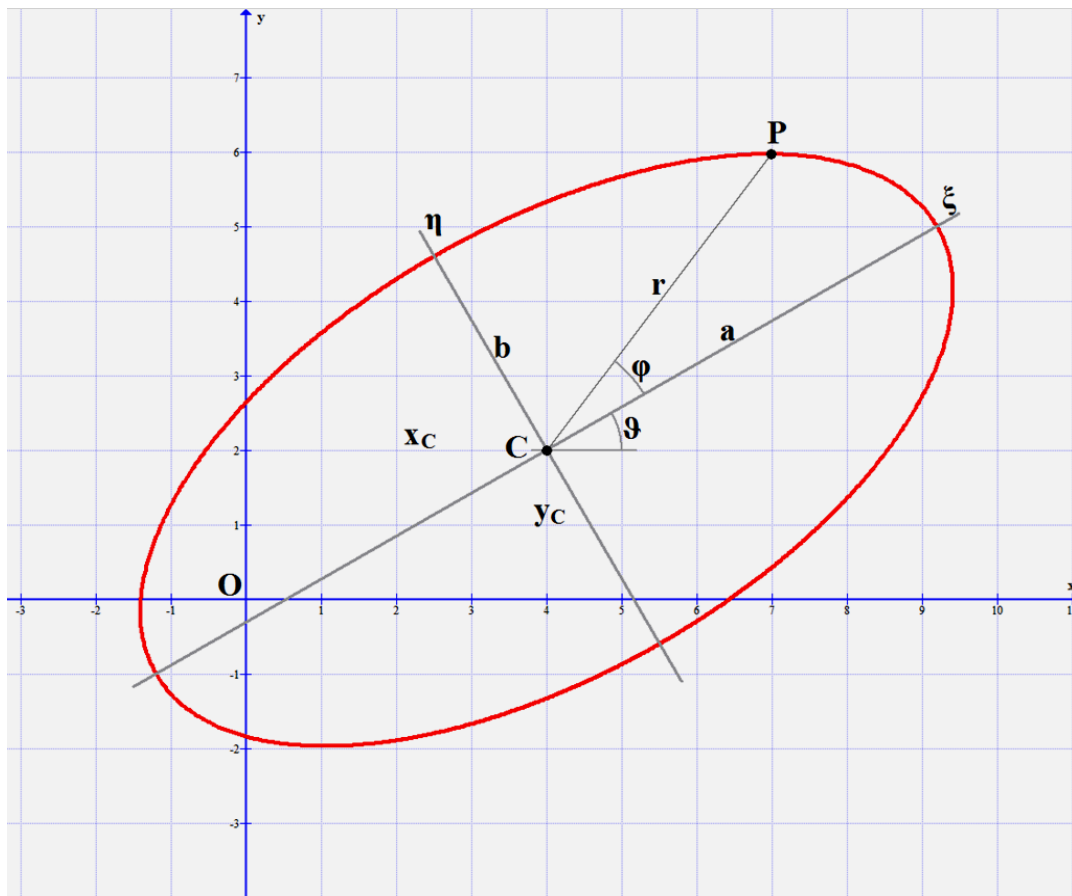
Általános helyzetű ellipszis paraméteres egyenletrendszere

Az [1] munka nézegetése közben az jutott eszünkbe, hogy még sosem írtuk fel a címbeli egyenleteket. Ezt a hiányt pótoljuk most. Ehhez tekintsük az 1. ábrát is! Itt egy eltolt és elforgatott helyzetű ellipszist ábrázoltunk.

Az ellipszis paraméterei: **a, b** ;

a koordináta - rendszer eltolásának adatai: **x_C, y_C** ;

a koordináta - rendszer elforgatásának szöge: **ϑ** .



1. ábra

Az ellipszis kanonikus egyenlete a **$C\xi\eta$** k. r. - ben:

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1. \quad (1)$$

Az ellipszis tetszőleges **P** pontjához húzható **r** rádiusz - vektorral az ellipszis paraméteres egyenletrendszere ugyanitt:

$$\xi = r \cdot \cos \varphi, \quad \eta = r \cdot \sin \varphi. \quad (2)$$

Most (1) és (2) - vel:

$$\frac{r^2 \cdot \cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{r^2 \cdot \sin^2 \varphi}{b^2} = 1 .$$

Rendezve:

$$r^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2} \right) = 1 ,$$

$$r^2 \cdot \frac{a^2 \cdot \sin^2 \varphi + b^2 \cdot \cos^2 \varphi}{a^2 \cdot b^2} = 1 ,$$

$$r^2 = \frac{a^2 \cdot b^2}{a^2 \cdot \sin^2 \varphi + b^2 \cdot \cos^2 \varphi} ,$$

$$r(\varphi) = \frac{a \cdot b}{\sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \varphi + b^2 \cdot \cos^2 \varphi}} . \quad (3)$$

A **P** ellipszispont egyenletei az **Oxy** k. r. - ben:

$$x = x_C + r \cdot \cos(\vartheta + \varphi) , \quad y = y_C + r \cdot \sin(\vartheta + \varphi) . \quad (4)$$

Majd (3) és (4) - gyel:

$$x(\varphi) = x_C + \frac{a \cdot b}{\sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \varphi + b^2 \cdot \cos^2 \varphi}} \cdot \cos(\vartheta + \varphi) , \quad (5/1)$$

$$y(\varphi) = y_C + \frac{a \cdot b}{\sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \varphi + b^2 \cdot \cos^2 \varphi}} \cdot \sin(\vartheta + \varphi) . \quad (5/2)$$

Az (5) egyenletek adják a kitűzött feladat megoldását. Ezekkel, az

$$a = 6 \text{ cm} ; b = 3 \text{ cm} ; x_C = 4 \text{ cm} ; y_C = 2 \text{ cm} ; \vartheta = 30^\circ \quad (a)$$

adatokkal, valamint a **Graph** szoftverrel készült az 1. ábra.

Forrás:

[1] – **S. N. Krivoschapko ~ V. N. Ivanov**: Encyclopedia of Analytical Surfaces
Springer International Publishing Switzerland 2015.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnökstanár

Sződliget, 2016. 06. 25.